



Ordonnancement de projet dans un contexte multi-site. Application à un GHT.

Arnaud Laurent

14 octobre 2016

- 1 Contexte et problématique
- 2 Présentation du RCPSP multi-site
- 3 Résolution
- 4 Résultats
- 5 Conclusion et perspectives

Sommaire

- 1 Contexte et problématique
 - Le GHT
 - Le RCPSP
- 2 Présentation du RCPSP multi-site
- 3 Résolution
- 4 Résultats
- 5 Conclusion et perspectives

Qu'est ce que le G.H.T. ?

Définition

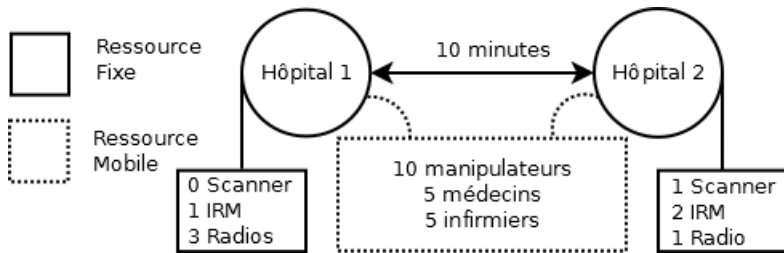
Groupement Hospitalier de Territoire (GHT)

- Loi Hôpital, Patients, Santé et Territoire : Juillet 2009 : CHT
- Loi de modernisation de la santé lancement des GHT en avril 2016.
- Mise en commun des ressources matérielles et humaines au sein d'un groupement d'hôpitaux

But : La recherche de la meilleure utilisation des ressources à disposition des établissements, la complémentarité entre les acteurs.

→ Améliorer l'offre de soins au sein d'un même territoire

L'exemple de l'imagerie médicale



- Une liste de patients
- Une liste de ressources humaines
- Une liste de ressources matérielles
- Une liste d'hôpitaux

Les patients

Un patient est caractérisé par :

- Une liste d'examens
- Des contraintes de précédence entre ses examens
- Des caractéristiques (enfant, claustrophobe...)
- Un site de référence

Les examens

Un examen est caractérisé par :

- Une durée connue
- Une date de début au plus tôt
- Une date de fin au plus tard
- Une liste de types de ressources matérielles et humaines nécessaires à son exécution dans une certaine quantité

Les ressources humaines

Une ressource humaine est caractérisée par :

- Un type
- Des horaires de travail
- Une liste de ressources matérielles pour lesquelles elle est compétente
- Une liste de caractéristiques des patients pour lesquelles elle est compétente (enfants...)
- Un site de référence

Les ressources matérielles

Une ressource matérielle est caractérisée par :

- Un type
- Des horaires d'ouverture
- Une liste de caractéristiques sur les patients pour lesquelles elle est compétente (claustrophobes, ...)
- Un site d'appartenance (ressource fixe)

Les sites

Un site est caractérisé par :

- Une liste de ressources humaines
- Une liste de ressources matérielles
- Un vecteur de distances avec les autres sites

Objectif

Pour chaque examen on doit déterminer :

- Le site sur lequel il est réalisé
- Sa date de début
- Les ressources humaines et matérielles qui lui sont allouées
- Critères : Makespan, délai moyen entre la date au plus tôt et la date d'exécution de l'examen, équilibrage de la charge, ...

RCPSP

Référence

«Multiproject scheduling with limited resources : A zero-one programming approach» par Pritsker, Watters and Wolfe, 1969

«Resource-constrained project scheduling problem : Notation, classification, models and methods» par Brucker, Drexl, Möhring, Neumann et Pesch, 1999

- Ordonnancer un ensemble de tâches qui ont une durée déterminée
- Les tâches nécessitent des types de ressources en une certaine quantité
- Contraintes de précédence

RCPSP et extensions avec délais inter-tâche

- RCPSP : Resource Constrained Project Scheduling Problem
- MSPSP : Multi-Skill Project Scheduling Problem
- RCPSP avec time lag
- RCPSP avec setup time
- RCPSP-TLC : RCPSP avec time lag conditionnel
- MM-RCPSP time lag schedule dependant

Objectif : proposer une extension qui prend en compte le transport de ressource mobiles et l'affectation de tâches aux sites

Sommaire

- 1 Contexte et problématique
- 2 Présentation du RCPSP multi-site
 - Description
 - Exemple
- 3 Résolution
- 4 Résultats
- 5 Conclusion et perspectives

Problème traité avec des hypothèses simplificatrices par rapport au problème réel

- Pas d'incompatibilités entre patients et ressources
- Pas de dates de début au plus tôt et de fin au plus tard pour les examens
- Pas de sites de références pour les patients et les ressources humaines
- Pas d'horaires d'ouverture pour les ressources matérielles et les ressources humaines
- Pas de site de référence pour les patients et les ressources humaines

⇒ objectif de proposer une extension la plus proche possible du SM-RCPSP de base

- Tâche caractérisée par
 - Une durée
 - Une liste de types de ressources nécessaires
 - Une liste de tâches qui doivent la précéder
- Ressource caractérisée par
 - Un type
 - Un statut (fixe ou mobile)
 - Un site de référence pour les ressources fixes
- Site est caractérisé par
 - Un vecteur de distances avec les autres sites
- Problème : pour chaque tâche on doit déterminer
 - Le site sur lequel elle est réalisée
 - Une date de début
 - Les ressources mobiles et fixes qui lui sont allouées
 - Critère : Makespan

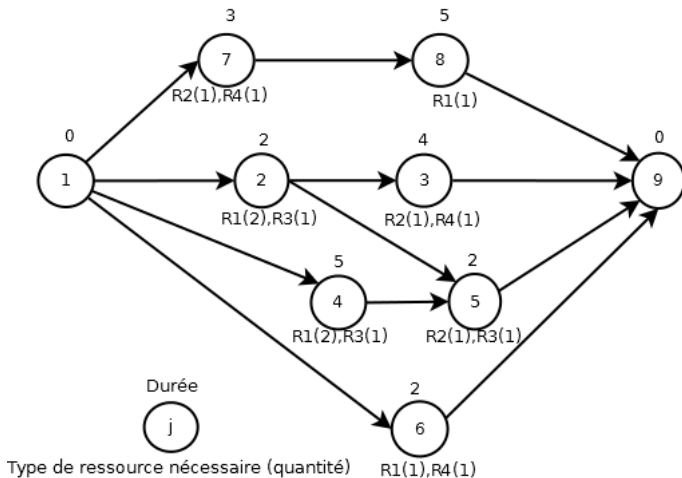
Prenons une instance du problème avec les données suivantes :

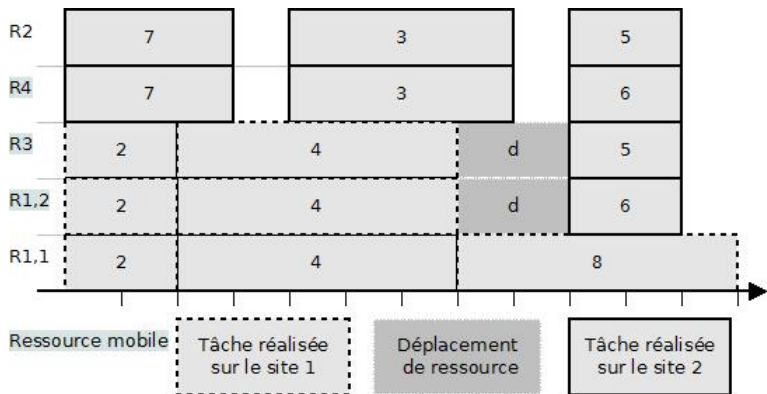
- 7 tâches
- 4 types de ressources

	Type	Statut	Site
R1,1	1	Fixe	1
R1,2	1	Fixe	1
R2	2	Fixe	2
R3	3	Mobile	X
R4	4	Mobile	X

Table: Liste des ressources disponibles

- 2 sites
 - Les sites sont éloignés d'une durée de 2 périodes.





Positionnement de notre problème par rapport à la littérature

- Extension du RCPSP-TLC
 - Ajout de la notion de sites
 - Ajout de la notion de ressources fixes
 - Ajout de l'affectation des tâches aux sites

Sommaire

- 1 Contexte et problématique
- 2 Présentation du RCPSP multi-site
- 3 Résolution**
 - Modélisation Mathématique
 - Méta-heuristique
- 4 Résultats
- 5 Conclusion et perspectives

Méthode d'optimisation

- Résolution exacte d'un modèle mathématique
 - Utilisation de OPL/Cplex
- Résolution approchée
 - Codage d'une solution sous forme de listes
 - Algorithme de liste pour évaluer une solution
 - Méta-heuristique : Recherche locale itérée

Données

N Nombre de tâches

P_j Ensemble de tâches qui doivent précéder $j = 1, N$

p_j Durée de la tâche $j = 1, N$

K Nombre de types de ressources

R_k Nombre de ressources de type $k = 1, K$

$r_{j,k}$ Nombre de ressources de type $k = 1, K$ nécessaires pour la tâche $j = 1, N$

T Nombre de périodes maximum

$M_{k,r} = 1$ $r = 1, R_k$ de type $k = 1, K$, si la ressource est mobile, 0 si elle est fixe

S Nombre de sites

$\delta_{s,s'}$ Distance en temps entre le site $s = 1, S$ et le site $s' = 1, S$

$loc_{k,r}$ Site d'appartenance de la ressource $r = 1, R_k$ de type $k = 1, K$

Variables

$X_{j,t}$ = 1 si la tâche $j = 1, N$ se termine à la période $t = 1, T$, 0 sinon

$Y_{j,k,r}$ = 1 si la ressource $r = 1, R_k$ de type $k = 1, K$ est affectée à la tâche $j = 1, N$, 0 sinon

$Z_{j,s}$ = 1 si la tâche $j = 1, N$ se déroule sur le site $s = 1, S$, 0 sinon

$\omega_{j,h}$ = 1 si la tâche $j = 1, N$ précède la tâche $h = 1, N$ dans son exécution, 0 sinon

Le but est de minimiser le makespan :

$$\text{Minimiser } \sum_{t=1}^T t * X_{N,t} \quad (1)$$

On doit respecter les contraintes suivantes :

- La non préemption et la réalisation des tâches :

$$j = 1, N; \sum_{t=1}^T X_{j,t} = 1 \quad (2)$$

- Les contraintes de précédence :

$$j = 1, N; h \in P_j; \omega_{h,j} = 1; \quad (3)$$

- La non duplication des ressources :

$$Y_{j,k,r} + Y_{h,k,r} \leq \omega_{j,h} + \omega_{h,j} + 1;$$

$$(j, h = 1, N) \wedge (j < h); k = 1, K; r = 1, R_k; \quad (4)$$

- Respect des dates de fin de tâche par rapport à la valeur de ω (5) :

$$\sum_{t=1}^T t * X_{j,t} \geq \sum_{t=1}^T t * X_{h,t} + p_j + (Z_{j,s} + Z_{h,s'} - 1) * \delta(s, s')$$

$$- H * (1 - \omega_{h,j}); \quad j, h = 2, N - 1; s, s' = 1, S; \quad (5)$$

- Le respect des dates de début et fin de projet :

$$\sum_{t=1}^T t * X_{j,t} \geq \sum_{t=1}^T t * X_{h,t} + p_j;$$

$$((j = N) \wedge (h = 2, N - 1)) \vee ((h = 1) \wedge (j = 2, N - 1));$$
(6)

- Respect des quantités nécessaires de ressources affectées :

$$j = 1, N; k = 1, K; \sum_{r=1}^{R_k} Y_{j,k,r} = r_{j,k}$$
(7)

- L'obligation d'exécuter la tâche sur le site où sont présentes les ressources fixes affectées à la tâche (8) :

$$j = 1, N; (k = 1, K; r = 1, R_k;) \wedge (M_{k,r} = 0); Y_{j,k,r} \leq Z_{j,loc_{k,r}}$$
(8)

- Chaque tâche n'est exécutée que sur un seul site :

$$j = 1, N; \sum_{s=1}^S Z_{j,s} = 1 \quad (9)$$

- Les contraintes de bivalence :

$$j = 1, N; t = 1, T; X_{j,t} \in \{0; 1\} \quad (10)$$

$$j = 1, N; k = 1, K; r = 1, R_k; Y_{j,k,r} \in \{0; 1\} \quad (11)$$

$$j = 1, N; s = 1, S; Z_{j,s} \in \{0; 1\} \quad (12)$$

$$j, h = 1, N; \omega_{j,h} \in \{0; 1\} \quad (13)$$

Éléments des codages et systèmes de voisinage

- Une liste ordonnée σ de tâches
- Une liste l d'affectations de chaque tâche à un site
- Une matrice d'affectation a des ressources aux tâches

On propose trois codages :

- Le codage σ
- Le codage σ, l
- Le codage σ, l, a

Schedule Generation Scheme

SGS

A chaque codage correspond un SGS (Schedule Generation Scheme). Le principe de base est d'ordonnancer au plus tôt chaque tâche dans l'ordre σ

- Détermine la date de début des tâches pour le codage σ , l, a
- Détermine l'affectation des ressources et la date de début des tâches pour le codage σ , l
- Détermine l'affectation des ressources, la localisation des tâches et la date de début des tâches pour le codage σ

Les trois différents systèmes de voisinage

Les systèmes de voisinage seront donc :

- Un voisinage V1 pour modifier σ :
Insertion d'une tâche dans σ
- Un voisinage V2 pour modifier l :
Modification d'une affectation d'un site pour une tâche
- Un voisinage V3 pour modifier a :
Modification d'une affectation d'une ressource pour une tâche

Chaque système de voisinage laisse la solution réalisable

Recherche locale itérée

Entrées: X_0 : Solution initiale ;

Variables: X^* : Meilleure solution trouvée ;

X'' : Solution voisine ;

Initialisation: $X' \leftarrow X_0$; $X^* \leftarrow$ Recherche locale sur X_0 ;

1 **Début**

2 **Tant que** *Test d'arrêt est faux* **faire**

3 $X'' \leftarrow$ Perturbation de X^* en prenant en compte
l'historique ;

$X'' \leftarrow$ Recherche locale sur X'' ;

$X^* \leftarrow$ Critère d'acceptation de X'' par rapport à X^* en
fonction de l'historique ;

4 **Fintq**

5 **Retourner** X^*

6 **Fin**

Critères d'acceptation

- Better (B)
 - Si $H(X') \leq H(X)$ alors retourner X'
 - Sinon retourner X
- Recuit simulé (SA)
 - Si $\exp(\frac{H(X)-H(X')}{T_i}) \geq \text{random}[0, 1]$ alors retourner X'
 - Sinon retourner X

Algorithme de liste pour le codage σ, l ($H(X)$)

Entrées: σ : Liste Topologique ; l : Affectation des sites

Variables: d : Vecteur des dates de fin des tâches

$$(d = d_1, d_2, \dots, d_N);$$

av : Vecteur des dates de disponibilité des ressources ;

Initialisation: $av \leftarrow \{0, \dots, 0\}$; $d \leftarrow \{0, \dots, 0\}$;

1 **Début**

2 **Pour** $j = \sigma_1$ à σ_N **faire**

3 Calcul des valeurs de av pour j en prenant en compte l et d ;

 Affectation des ressources à j ;

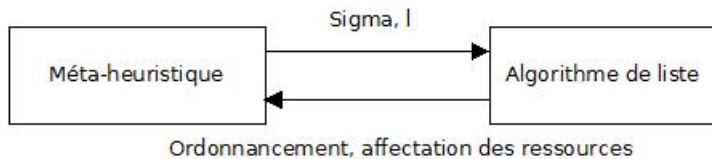
 Calcul de d_j ;

4 **Finpour**

5 **Retourner** d_N

6 **Fin**

Principe du couplage



Exemple

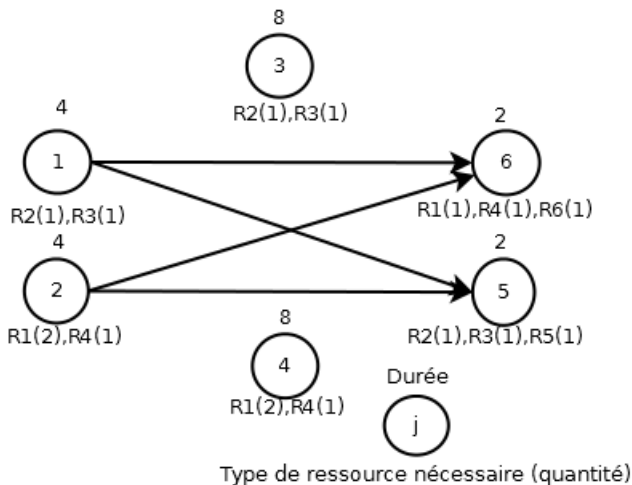
■ 6 tâches

	Type	Mobilité	Site
R1,1 et R1,2	1	Mobile	X
R2,1 et R2,2	2	Mobile	X
R3,1 et R3,2	3	Fixe	2
R4,1 et R4,2	4	Fixe	1
R5	5	Fixe	1
R6	6	Fixe	2

■ 2 sites

- Les sites sont éloignés d'une durée de transport de 3 périodes

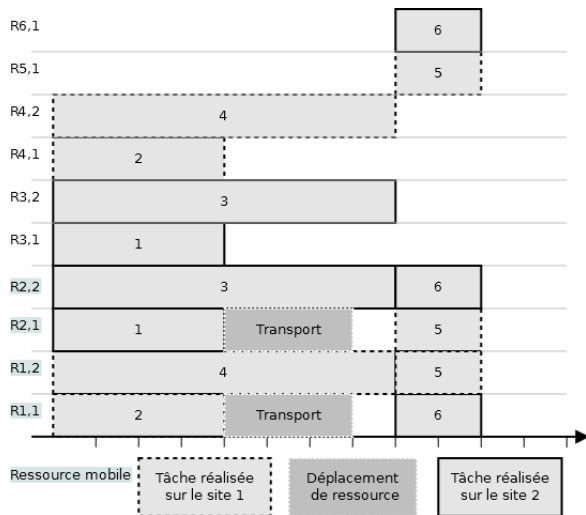
Graphe de précedence



Un codage σ , l , a pour cette solution

	Position dans σ	l	a
Tâche 1	1	Site 2	R2,1 R3,1
Tâche 2	2	Site 1	R1,1 R4,1
Tâche 3	3	Site 2	R2,2 R3,2
Tâche 4	4	Site 1	R1,2 R4,2
Tâche 5	6	Site 1	R1,2 R2,1 R5,1
Tâche 6	5	Site 2	R1,1 R2,2 R6,1

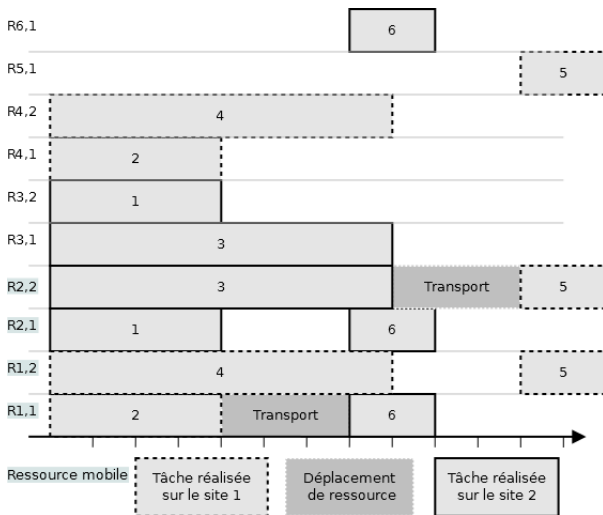
Une solution optimale



Un codage σ , l d'une solution optimale

	Position dans σ	l
Tâche 1	1	Site 2
Tâche 2	2	Site 1
Tâche 3	3	Site 2
Tâche 4	4	Site 1
Tâche 5	6	Site 1
Tâche 6	5	Site 2

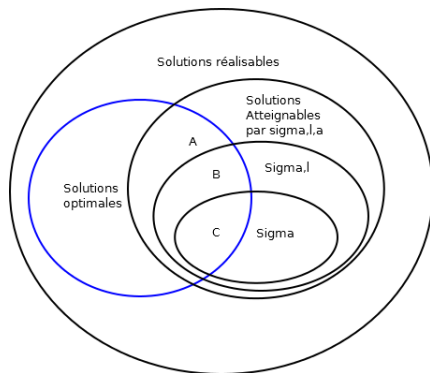
⇒ Les vecteurs σ et l de cette solution sont les mêmes que pour la solution optimale de l'instance vu précédemment.

La solution optimale associée au codage σ, l 

Accessibilité

Théorème

Les codages σ et σ, l ne respectent **pas toujours** l'accessibilité à une solution optimale. $B, C = \emptyset$



Sommaire

- 1 Contexte et problématique
- 2 Présentation du RCPSP multi-site
- 3 Résolution
- 4 Résultats**
 - Créations d'instances
- 5 Conclusion et perspectives

Les instances

- Instances de la littérature de la PSPLIB
- 480 instances par nombre de tâches différent (30, 60, 90, 120)
- Un grand nombre des instances où la solution optimale est connue
- La solution optimale des instances du RCPSP est une borne inférieure pour notre problème

On ajoute à ces instances les caractéristiques suivantes :

- 1, 2, 3 sites
- Une ressource a une probabilité de 50% d'être fixe.
- La distance entre deux sites varie de 1 à 10 périodes
- Affectation des ressources fixes aux sites aléatoirement

Les paramètres

- Le test d'arrêt : Le temps
- Le critère d'acceptation : Type recuit simulé
- Critère d'arrêt de la recherche locale : Nombre maximum d'itérations
- Le voisinage utilisé sera l'application équiprobable d'un des différents mouvements possibles
- Perturbation : Application de 4 fois le voisinage

Résultat sur les instances de 30 tâches

Résultats obtenus sur 30 minutes d'exécution

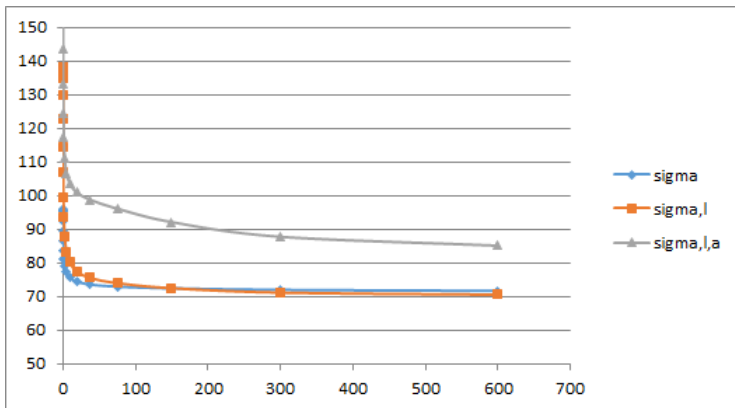


Figure: Makespan moyen obtenu dans le temps(s) pour chaque codage

Résultat sur les instances de 30 tâches

Zoom sur l'intersection de σ , l et σ

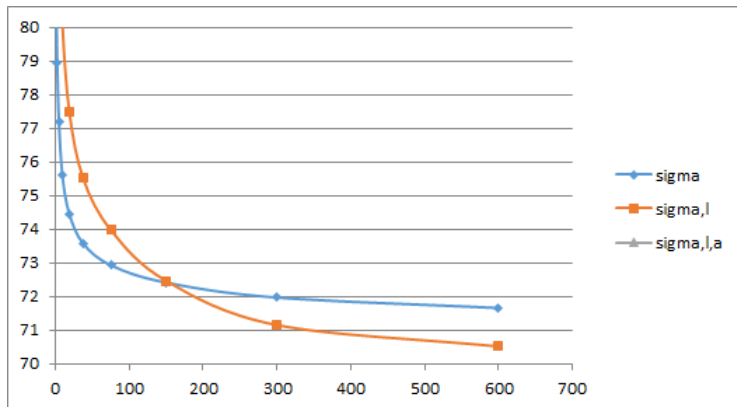


Figure: Makespan moyen obtenu dans le temps(s) pour chaque codage

Sommaire

- 1 Contexte et problématique
- 2 Présentation du RCPSP multi-site
- 3 Résolution
- 4 Résultats
- 5 Conclusion et perspectives**

Conclusion

- Proposition d'une extension du RCPSP
- Proposition d'une modélisation mathématique
- Proposition de méthodes de résolution par méta-heuristique
- Création d'une bibliothèque d'instances de petite taille
- Création d'une bibliothèque d'instances à partir de celles de la littérature

- Ajout de nouvelles contraintes liées au problème des GHT

Conclusion

Je vous remercie de votre attention, avez vous des questions ?