

Nouvelles méthodes exactes et approchées pour l'équilibrage des lignes de production reconfigurables.

Y. LAHRICHI, L. DEROUSSI, N. GRANGEON, S. NORRE

LIMOS / CNRS UMR 6158 - Université Clermont Auvergne



31 Mai 2018, Lille

Plan

- 1 Thème général de la thèse
 - Industrie 4.0 et nouvelles problématiques
- 2 Définition du problème
 - Définition et exemple
 - État de l'art
 - Une borne inférieure
- 3 Approches de résolution
 - un nouveau PLNE
 - Méthode approchée : Balance First, Sequence Last
- 4 Résultats et conclusion
 - Résultats expérimentaux
- 5 Perspectives

Plan

- 1 Thème général de la thèse
 - Industrie 4.0 et nouvelles problématiques
- 2 Définition du problème
 - Définition et exemple
 - État de l'art
 - Une borne inférieure
- 3 Approches de résolution
 - un nouveau PLNE
 - Méthode approchée : Balance First, Sequence Last
- 4 Résultats et conclusion
 - Résultats expérimentaux
- 5 Perspectives

Raccourcissement du cycle des vie des produits

Thème général de la thèse

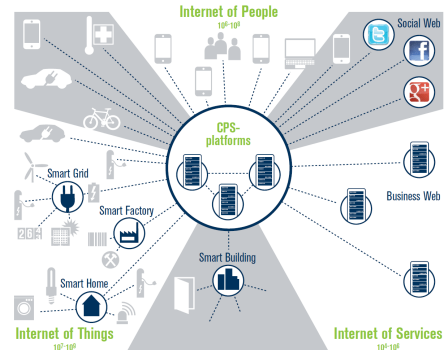
- Méthodes d'optimisation pour la gestion des lignes de production flexibles et reconfigurables.
- Industrie 4.0.
- Cap 2025

L'Usine du Futur doit intégrer trois éléments

- Systèmes cyber-physiques
- Internet des objets
- Internet des services

Trois grandes problématiques

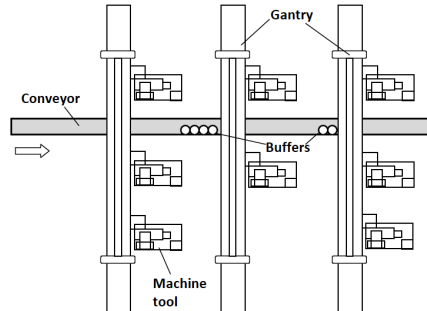
- **Raccourcissement du cycle des vie des produits**
- Produits personnalisables
- Plus de productivité énergétique



Lignes reconfigurables

Reconfigurable Manufacturing System

- Machines organisées en stations de travail.
- Les stations sont séquencées de manière rigide mais les machines peuvent se déplacer entre les stations.
- Chaque machine peut réaliser des tâches différentes.
- Lignes adaptées à une production de taille moyenne sujette à des variations fréquentes à moyen terme.
- Les produits ne peuvent pas se déplacer librement entre les stations.



Plan

- 1 Thème général de la thèse
 - Industrie 4.0 et nouvelles problématiques
- 2 Définition du problème
 - **Définition et exemple**
 - État de l'art
 - Une borne inférieure
- 3 Approches de résolution
 - un nouveau PLNE
 - Méthode approchée : Balance First, Sequence Last
- 4 Résultats et conclusion
 - Résultats expérimentaux
- 5 Perspectives

Définition du problème

Données

- **N** Ensemble des opérations, $\{1, 2, \dots, n\}$
- **S** Ensemble des stations, $\{1, 2, \dots, s_{max}\}$
- **P** Ensemble des couples $(i, j) \in N \times N$, tels que $i < j$ i.e i précède j .
- M_0 Nombre maximum de machines pouvant être accueillies par une station.
- M_1 Nombre maximum d'opérations pouvant être affectées à une station.
- t_i Durée de traitement de l'opération i .
- $t_{i,j}$ Temps de set-up quand l'opération j est réalisée juste après i .
- **C** Le temps de cycle.

RMSBP problem

- Affecter les opérations aux différentes stations de travail.
- Séquencer les opérations sur chaque station de travail.
- Respecter le temps de cycle (La charge d'une station divisée par le nombre de machines doit être inférieure au temps de cycle).

Minimiser le nombre de machines utilisées.

Deux principales nouveautés :

- Temps de set-up.
- Utilisation des machines parallèles.

En plus des des contraintes classiques

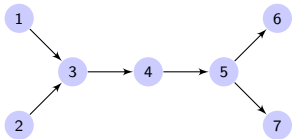
- Précédence, inclusion, exclusion.
- Contraintes d'accessibilité.

Instance

- La pièce nécessite la réalisation de 7 opérations ($n = 7$) numérotées de 1 à 7.
- La station comprend 3 stations. $s_{max} = 3$, au plus 3 stations peuvent être utilisées.
- Les contraintes de précédence sont données par :

$$P = \{(1, 3), (2, 3), (3, 4), (3, 5), (5, 6), (5, 7)\}$$

représenté sous forme de graphe :



- $M_0 = 3$, Nombre maximum de machines pouvant être accueillies par une station.
- $M_1 = 3$, Nombre maximum d'opérations pouvant être affectées à une station.
- Les durées de traitement sont données par :

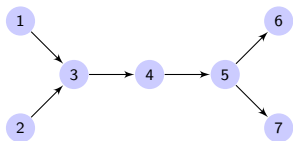
| i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|-------|-----|---|-----|-----|-----|---|---|
| t_i | 1,5 | 1 | 3,5 | 1,5 | 2,5 | 3 | 1 |

- Les temps de set-up sont données :

| $t_{i,j}$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|-----------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1 | X | 0,5 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 1 | X | 0,5 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 3 | 0,5 | 1 | X | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 4 | 1 | 1 | 1 | X | 0,5 | 1 | 1 |
| 5 | 1 | 1 | 1 | 0,5 | X | 1 | 1 |
| 6 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | X | 0,5 |
| 7 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0,5 | X |

- $C = 2,5$.

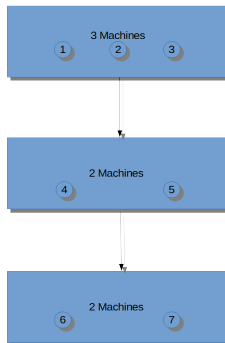
Instance



| i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|-------|-----|---|-----|-----|-----|---|---|
| t_i | 1,5 | 1 | 3,5 | 1,5 | 2,5 | 3 | 1 |

| $t_{i,j}$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|-----------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1 | X | 0,5 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 1 | X | 0,5 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 3 | 0,5 | 1 | X | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 4 | 1 | 1 | 1 | X | 0,5 | 1 | 1 |
| 5 | 1 | 1 | 1 | 0,5 | X | 1 | 1 |
| 6 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | X | 0,5 |
| 7 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0,5 | X |

Solution optimale :



Plan

- 1 Thème général de la thèse
 - Industrie 4.0 et nouvelles problématiques
- 2 Définition du problème
 - Définition et exemple
 - **État de l'art**
 - Une borne inférieure
- 3 Approches de résolution
 - un nouveau PLNE
 - Méthode approchée : Balance First, Sequence Last
- 4 Résultats et conclusion
 - Résultats expérimentaux
- 5 Perspectives

État de l'art

Méthodes exactes

- Pavel A. Borisovsky, Xavier Delorme, Alexandre Dolgui *Balancing reconfigurable machining lines by means of set partitioning model*. 2012 et 2014.
- Essafi M., Delorme X., Dolgui A., Guschinskaya O. *A MIP approach for balancing transfer line with complex industrial constraints*. *Computers Industrial Engineering* 58 (2010) 393-400.

Méthodes approchées

- 2 algorithmes génétiques et une colonie de fourmis (Koren et al., Dolgui et al.).
- Conception et optimisation d'allocation de ressources dans les lignes d'usinage reconfigurables. Essafi 2010
- A reactive GRASP and Path Relinking for balancing reconfigurable transfer lines. 2012.
- 150 opérations, gap 30%.

Plan

- 1 Thème général de la thèse
 - Industrie 4.0 et nouvelles problématiques
- 2 Définition du problème
 - Définition et exemple
 - État de l'art
 - **Une borne inférieure**
- 3 Approches de résolution
 - un nouveau PLNE
 - Méthode approchée : Balance First, Sequence Last
- 4 Résultats et conclusion
 - Résultats expérimentaux
- 5 Perspectives

Une borne inférieure

Simplifier le problème :

De manière générale, une borne inférieure du nombre de machines à utiliser est donnée par :

$$z_{lb} = \left\lceil \frac{\sum_{i \in N} t_i}{C} \right\rceil, \text{ si } n \leq s_{max}$$

$$z_{lb} = \left\lceil \frac{\sum_{i \in N} t_i + \text{Min}_{1+n-s_{max}} T}{C} \right\rceil, \text{ si } n > s_{max}$$

où $\text{Min}_k T$ représente la somme des k plus petits termes de la matrice T .

Dans notre exemple nous avons $z_{lb} = 7$ ce qui prouve l'optimalité de la solution

- n objets à répartir dans s_{max} boîtes.



- Au moins $n - s_{max} + 1$ objets ne sont pas seuls dans la boîte.
- Au moins $n - s_{max} + 1$ temps de setup à considérer.

un nouveau PLNE

Plan

- 1 Thème général de la thèse
 - Industrie 4.0 et nouvelles problématiques
- 2 Définition du problème
 - Définition et exemple
 - État de l'art
 - Une borne inférieure
- 3 **Approches de résolution**
 - **un nouveau PLNE**
 - Méthode approchée : Balance First, Sequence Last
- 4 Résultats et conclusion
 - Résultats expérimentaux
- 5 Perspectives

Variables :

$$x_{i,j,s} = \begin{cases} 1 & \text{If operation } i \text{ is affected to} \\ & \text{workstation } j \text{ in the } s^{\text{th}} \\ & \text{position of its sequence.} \\ 0 & \text{If not.} \end{cases}$$

$$y_j = \begin{cases} 1 & \text{If at least one operation is} \\ & \text{affected to workstation } j \\ 0 & \text{If not.} \end{cases}$$

$$v_{j,k} = \begin{cases} 1 & \text{If } k \text{ machines are affected to} \\ & \text{workstation } j. \\ 0 & \text{If not.} \end{cases}$$

Variables pour l'ordre des opérations :

$$z_{i,j,k} = \begin{cases} 1 & \text{If the operation } i \text{ is processed} \\ & \text{just before operation } j \text{ at} \\ & \text{workstation } k. \\ 0 & \text{If not.} \end{cases}$$

$$w_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{If the operation } i \text{ is affected to} \\ & \text{the last position of workstation } j. \\ 0 & \text{If not.} \end{cases}$$

Objectif

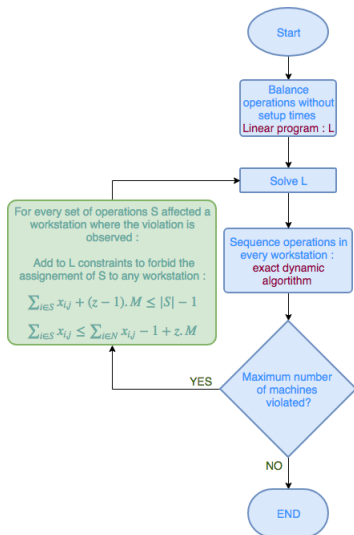
$$\text{Min } \sum_{j=1}^{s_{\max}} \sum_{k=1}^{M'} k \cdot v_{j,k}$$

Méthode approchée : Balance First, Sequence Last

Plan

- 1 Thème général de la thèse
 - Industrie 4.0 et nouvelles problématiques
- 2 Définition du problème
 - Définition et exemple
 - État de l'art
 - Une borne inférieure
- 3 Approches de résolution
 - un nouveau PLNE
 - Méthode approchée : Balance First, Sequence Last
- 4 Résultats et conclusion
 - Résultats expérimentaux
- 5 Perspectives

Méthode approchée : Balance First, Sequence Last



Résolution en deux étapes :

Étape 1 : Effectuer un équilibrage de la ligne sans considérer les temps de setup.

Étape 2 : Pour chaque station, séquencer les opérations, retourner à l'étape 1 si nécessaire.

Garantie de performance si $t_{i,j} \leq t_k, \forall i, j, k$

c coût de la solution retournée par BFSL.

c_1 coût de la solution à l'issue de l'étape 1.

c^* coût de la solution optimale.

m Le nombre de machines ajoutées à l'issue de l'étape 1.

On a $c = c_1 + m$ and $c_1 \leq c^*$

De plus : $t_{i,j} \leq t_k, \forall i, j, k$ donc $m \leq c_1$ ce qui montre que : $c \leq 2.c^*$

Conjecture

Si $t_{i,j} \leq \lambda.t_k, \forall i, j, k$ alors $c \leq \lambda.c^*$.

Méthode approchée : Balance First, Sequence Last

Etape 1

- Programme linéaire pour équilibrer la ligne.
- Pas de prise en compte des temps interopérateurs.

Variables :

$$x_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{If operation } i \text{ is affected to} \\ & \text{workstation } j. \\ 0 & \text{If not.} \end{cases}$$

$$y_j = \begin{cases} 1 & \text{If at least one operation is} \\ & \text{affected to workstation } j \\ 0 & \text{If not.} \end{cases}$$

$$v_{j,k} = \begin{cases} 1 & \text{If } k \text{ machines are affected to} \\ & \text{workstation } j. \\ 0 & \text{If not.} \end{cases}$$

Objectif :

$$\text{Min } \sum_{j \in S} \sum_{k=1}^{M'} k \cdot v_{j,k}$$

Contraintes :

$$\sum_{j=e(i)}^{l(i)} x_{i,j} = 1, \forall i \in N$$

$$\sum_{k=1}^{M'} v_{j,k} = y_j, \forall j \in S$$

$$\sum_{i \in N, e(i) \leq j \leq l(i)} x_{i,j} \leq M_j, \forall j \in S$$

$$y_{j+1} \leq y_j, \forall j = 1, \dots, s_{\max} - 1$$

$$\sum_{j=e(i)}^{l(i)} j \cdot x_{i,j} \leq \sum_{j=e(i')}^{l(i')} j \cdot x_{i',j}, \forall (i, i') \in P$$

$$\sum_{i \in N, e(i) \leq j \leq l(i)} t_i \cdot x_{i,j} \leq C \cdot \sum_{k=1}^{M'} k \cdot v_{j,k}, \forall j \in S$$

Plan

- 1 Thème général de la thèse
 - Industrie 4.0 et nouvelles problématiques
- 2 Définition du problème
 - Définition et exemple
 - État de l'art
 - Une borne inférieure
- 3 Approches de résolution
 - un nouveau PLNE
 - Méthode approchée : Balance First, Sequence Last
- 4 Résultats et conclusion
 - Résultats expérimentaux
- 5 Perspectives

Résultats

- Comparaison avec :
Essafi, M., X. Delorme X., A. Dolgui A., and O. Guschinskaya, 2010. A MIP approach for balancing transfer line with complex industrial constraints. *CIRP Journal of Manufacturing Science and Technology*, Vol. 58, No.2, pp. 176-182.
- Tests sur les mêmes instances.
- De meilleurs résultats que le MIP proposé dans la littérature.
- La borne inférieure est en moyenne à 15 % de la solution optimale.
- Nous allons présenter nos expérimentations avec trois ensembles d'instances de 14 sommets avec des densités (de Scholl) comprises respectivement dans [5,15](p14-10), [15,25](p14-25) et [25,40](p14-40).

Résultats expérimentaux

- Toutes les instances ont été résolues à l'optimum après un temps de calcul maximal de 10.000 secondes.
- MIP Essafi(2010) : seules 4 instances sur dix ont été résolues à l'optimum.

Résultats

| Instance | d | d_s | z^* | z_{lb} | MIP sol. | MIP time | MIP Gap | BFSL Sol. | BFSL time |
|-----------|------|-------|-------|----------|----------|----------|---------|-----------|-----------|
| p14-10-1 | 7.69 | 8.76 | 11 | 9 | 11 | 4512 | 0 | 14 | 0.78 |
| p14-10-2 | 7.69 | 9.89 | 10 | 8 | 10 | 9558 | 0 | 11 | 0.69 |
| p14-10-4 | 7.69 | 9.89 | - | 9 | 10 | 10000 | 17.04 | 12 | 1.93 |
| p14-10-5 | 7.69 | 9.89 | - | 8 | 11 | 10000 | 26.06 | 13 | 0.80 |
| p14-10-6 | 7.69 | 9.89 | - | 8 | 11 | 10000 | 25.29 | 13 | 0.80 |
| p14-10-7 | 7.69 | 9.89 | 9 | 8 | 9 | 1482 | 0 | 10 | 1.52 |
| p14-10-8 | 8.79 | 12.08 | 11 | 9 | 11 | 9491.69 | 0 | 13 | 0.43 |
| p14-10-9 | 8.79 | 9.89 | 10 | 9 | 10 | 1021 | 0 | 12 | 0.17 |
| p14-10-10 | 7.69 | 8.79 | 9 | 8 | 9 | 13428.47 | 0 | 13 | 4.48 |

Résultats expérimentaux

- Toutes les instances ont été résolues à l'optimum après un temps de calcul maximal de 10.000 secondes.
- MIP Essafi(2010) : seules 5 instances sur dix ont été résolues à l'optimum.

Résultats

| Instance | d | d_s | z^* | z_{lb} | MIP sol. | MIP time | MIP Gap | BFSL Sol. | BFSL time |
|-----------|-------|-------|-------|----------|----------|----------|---------|-----------|-----------|
| p14-25-1 | 15.38 | 16.48 | 10 | 8 | 10 | 7336 | 0 | 13 | 1.91 |
| p14-25-2 | 14.28 | 21.97 | 10 | 8 | 10 | 406 | 0 | 12 | 1.18 |
| p14-25-3 | 10.98 | 21.97 | 10 | 8 | 10 | 585 | 0 | 12 | 2.07 |
| p14-25-4 | 10.98 | 18.68 | 10 | 9 | 10 | 1543 | 0 | 11 | 0.52 |
| p14-25-5 | 14.28 | 19.78 | 11 | 8 | 11 | 511 | 0 | 13 | 3.86 |
| p14-25-6 | 15.38 | 25.27 | 10 | 8 | 10 | 498 | 0 | 10 | 0.96 |
| p14-25-7 | 14.28 | 18.68 | 10 | 9 | 10 | 2772 | 0 | 12 | 1.82 |
| p14-25-8 | 13.18 | 20.87 | 9 | 9 | 9 | 1822 | 0 | 13 | 0.22 |
| p14-25-9 | 13.18 | 23.07 | 10 | 8 | 10 | 636 | 0 | 14 | 1.18 |
| p14-25-10 | 12.08 | 17.58 | 10 | 8 | 10 | 2658 | 0 | 11 | 1.38 |

Résultats expérimentaux

- Toutes les instances ont été résolues à l'optimum après un temps de calcul maximal de 10.000 secondes.
- MIP Essafi(2010) : seules 8 instances sur dix ont été résolues à l'optimum.

Résultats

| Instance | d | d_s | z^* | z_{lb} | MIP sol. | MIP time | MIP Gap | BFSL Sol. | BFSL time |
|-----------|-------|-------|-------|----------|----------|----------|---------|-----------|-----------|
| p14-40-1 | 19.78 | 36.26 | 11 | 8 | 11 | 229 | 0 | 13 | 1.31 |
| p14-40-2 | 21.98 | 29.67 | 9 | 7 | 9 | 1778.32 | 0 | 12 | 0.93 |
| p14-40-3 | 17.58 | 24.17 | 10 | 8 | 10 | 4006 | 0 | 12 | 0.41 |
| p14-40-4 | 18.68 | 29.67 | 10 | 8 | 10 | 322 | 0 | 11 | 0.72 |
| p14-40-5 | 14.28 | 26.37 | 10 | 8 | 10 | 838 | 0 | 12 | 1.78 |
| p14-40-6 | 17.58 | 38.46 | 10 | 8 | 10 | 104 | 0 | 11 | 1.22 |
| p14-40-7 | 17.58 | 26.37 | 9 | 7 | 9 | 1368 | 0 | 11 | 0.39 |
| p14-40-8 | 19.78 | 26.37 | 9 | 8 | 9 | 491 | 0 | 11 | 0.40 |
| p14-40-9 | 16.48 | 27.47 | 10 | 8 | 10 | 333.97 | 0 | 12 | 1.32 |
| p14-40-10 | 16.48 | 29.67 | 9 | 8 | 9 | 409 | 0 | 10 | 0.41 |

Perspective : Sequence First, Balance Last

Principe

- Nous adoptons une approche inverse à l'approche hybride BFSL (Balance First, Sequence Last).
- Nous appelons cette approche SFBL (Sequence First, Balance Last) :

Algorithme de principe

- 1 Trouver une séquence de toutes les opérations. (Métaheuristique)
- 2 Découper (split) la séquence, affecter les sous-séquences aux stations. (Ce problème est polynomial, se rapporte à un plus court chemin)

- Etape 1 : Séquencer les opérations :



- Etape 2 : Affecter les sous-séquences aux stations :



Merci pour votre attention.